

# TDoA 定位盲区分析与节点部署策略研究

赵越<sup>1</sup>, 李赞<sup>1</sup>, 李冰<sup>2</sup>, 郝本建<sup>1</sup>

(1. 西安电子科技大学通信工程学院, 陕西 西安 710071;  
2. 中国人民解放军 31007 部队, 北京 100000)

**摘要:** 以克拉美罗下界 (CRLB) 作为定位精度衡量指标进行分析, 探讨到达时间差 (TDoA) 定位场景中定位盲区的产生条件, 分析不同因素对定位盲区的影响。此外, 以无线传感器网络 (WSN) 所覆盖区域的平均 CRLB 为目标函数, 构建了传感器节点优化部署问题, 并提出基于定位盲区预判断的遗传算法进行求解。仿真验证了单信号源定位时 CRLB 的性质以及定位盲区的产生条件和出现区域。仿真结果表明, 采用所提基于定位盲区预判断的遗传算法获得的节点部署方案时, 定位精度比均匀角度部署提高 33.92%, 比区域顶点部署提升 13.74%, 比直接遗传算法提升 9.65%。

**关键词:** 到达时间差; 定位盲区; 克拉美罗下界; 节点部署; 无线传感器网络

**中图分类号:** TN92

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2023021

## TDoA localization-refused area analysis and node placement strategy research

ZHAO Yue<sup>1</sup>, LI Zan<sup>1</sup>, LI Bing<sup>2</sup>, HAO Benjian<sup>1</sup>

1. School of Telecommunications Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China  
2. Unit 31007 of PLA, Beijing 100000, China

**Abstract:** Regarding the Cramer-Rao lower bound (CRLB) as a localization accuracy metric, the sufficient conditions of the LRA in the time difference of arrival (TDoA)-based localization scenario were discussed and the influence of different factors on the LRA were analyzed. Furthermore, the node placement problem for wireless sensor network (WSN) was investigated by formulating an optimization problem with the objective as average CRLB, which was solved by a genetic algorithm based on LRA pre-judgment. Simulation validates the properties of the CRLB in a single-source scenario and verifies the sufficient condition and the spatial range of the LRA. The simulation also shows that the localization accuracy determined by the proposed algorithm is improved by 33.92% higher than the uniform angle array placement scheme, 13.74% compared to the regional vertex placement scheme, and 9.65% compared to the direct genetic algorithm.

**Keywords:** time difference of arrival, localization-refused area, CRLB, node placement, wireless sensor network

## 0 引言

无线传感器网络 (WSN, wireless sensor net-

work) 能够实现对覆盖区域内非合作信号源的感知、识别、定位等功能<sup>[1]</sup>。非合作信号源的定位一般包含 2 个步骤: 定位参数估计和信号源位置解

收稿日期: 2022-07-22; 修回日期: 2022-10-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.62101403); 国家杰出青年科学基金资助项目 (No.61825104); 陕西省科学技术协会青年人才托举计划项目基金资助项目 (No.XXJS202229)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.62101403), The National Natural Science Foundation for Distinguished Young Scholar (No.61825104), Young Talent Fund of Association for Science and Technology in Shaanxi (No.XXJS202229)

算<sup>[2]</sup>。具体来说,各个传感器节点将采集的信号原始数据回传至融合处理中心,后者从多组接收信号数据中提取出关于信号源位置的定位参数。在此基础上,融合处理中心根据定位参数和各个传感器节点自身的准确空间位置信息,构建信号源位置信息关联方程组并求解。常用的定位参数包括到达时间(ToA, time of arrival)、到达时间差(TDoA, time difference of arrival)、到达频率差(FDoA, frequency difference of arrival)、到达角度(AoA, angle of arrival)等<sup>[3-5]</sup>。

在基于接收信号参数测量实现信号源定位的 WSN 中,信号源的空间位置是根据定位参数及传感器节点自身位置计算得到的。因此,WSN 对信号源的定位精度取决于各个传感器节点的接收信噪比、WSN 相对于信号源的空间几何构型、WSN 的系统误差(包括节点位置误差、时钟同步误差等)<sup>[6]</sup>。接收信噪比受信号源的辐射强度、信号传输距离、传感器节点感知能力等多种因素影响,它直接决定了 WSN 对定位参数的估计精度。WSN 和信号源所构成的空间几何构型决定了 WSN 对信号源的空间辨识度,并由此决定了信号源位置关联信息。系统误差影响了定位参数与真实信号源位置的关联准确度,可等效为定位参数估计误差和传感器节点自误差,继而在位置解算时产生定位误差。

在定位精度的影响因素中,通过增强节点感知能力或物理空间上靠近信号源,可以提升各传感器节点的接收信噪比;通过标校站辅助或系统误差统计数据,可以消除系统误差。然而,空间几何构型是由位置未知的信号源与 WSN 中各节点的位置共同决定的<sup>[7]</sup>。当 WSN 与信号源所构成的空间几何构型较好时,WSN 对信号源的空间辨识度较大,能够提供的空间域信息较多;反之,能够提供的空域信息较少,导致定位精度严重恶化,产生定位盲区。需要说明的是,无线定位中盲区与无线通信中盲区的产生原因是不同的,前者是由于传感器网络对信号源的定位几何构型恶化或消失,而无法区分目标的空间位置,与接收信噪比没有直接关系;后者则是由基站覆盖区域、障碍物遮挡、通信网络拥塞、信号频段特性等因素造成用户接收情况恶化,进而影响通信服务质量<sup>[8-10]</sup>。

国内外学者对定位盲区进行了阐述与分析<sup>[11-15]</sup>。文

献[11]提出 TDoA 与 FDoA 联合定位算法,并在仿真算法性能时发现,当信号源位于定位节点连线方向时无法准确定位。文献[12]对 TDoA 与 FDoA 定位场景中的定位精度分布进行了分析,并定义了定位有效区域与定位无效区域(即定位盲区)。为了解决 TDoA 与 FDoA 定位场景中的定位盲区问题,文献[13]提出引入 AoA 作为辅助定位信息的思路及相应算法。文献[11]论证了利用 TDoA 和 FDoA 实现信号源定位时的克拉美罗下界(CRLB, Cramer-Rao lower bound)等高线与仅利用 TDoA 定位时的 CRLB 等高线具有相同的分布,即 TDoA 定位时在定位节点连线方向存在定位盲区。在基于 TDoA 的二维定位场景中,文献[14]研究了定位节点分布对定位精度的影响。在基于 TDoA 的三维定位场景中,文献[15]研究了基线长度、基线角度、传感器节点高程、传感器平面等多种因素对覆盖区域定位精度分布的影响,并通过仿真分析得出了定位盲区所在的分布区域。此外,文献[16]论证了在基于 AoA 的定位场景中,当定位节点相对于信号源位于同一方向时,交叉定位结果将急剧恶化并产生定位盲区。

然而,现有文献对定位盲区的分析仍然具有局限性。当定位节点相对于信号源的空间几何构型确定时,现有文献通过仿真结果证明了定位盲区的存在,并简要分析了定位盲区的出现区域,但未从数学角度深入剖析定位盲区的产生原因,也未能给出判断及预测定位盲区所出现区域的方法。此外,现有文献并未阐述当测量矩阵满秩时定位盲区的产生条件以及出现区域。

定位节点部署策略是定位网络空间几何构型优化的主要技术手段。现有文献大多针对单一信号源进行定位节点部署策略研究,在已知信号源准确位置的前提下,给出最优的节点部署策略。文献[17]研究了二维 TDoA 定位场景中最优的节点部署策略,从 CRLB 对定位节点方位角的驻点入手,推导出等角度阵列(UAA, uniform angular array)是使信号源 CRLB 最小的部署方案。Yang 等<sup>[18-20]</sup>研究了 TDoA 定位中的传感器节点部署策略,推导证明了针对单一信号源的最优部署方式是 UAA,并提出存在部署区域约束时定位精度最优化的节点部署策略。

在研究面向整个覆盖区域的 WSN 节点部署策略时,现有针对单信号源的部署策略不再适用。文

献[15]仿真分析了当传感器所在平面与信号源方向成不同夹角时定位盲区的分布区域, 并提出应尽可能使信号源位于传感器所在平面中心点的法线方向, 然而, 该文只是粗略地给出了避免定位盲区时应具有的条件, 未能给出最优的部署方案。文献[21]提出定位精度门限的概念, 并将 WSN 覆盖区域中定位精度优于该门限的区域视为有效定位区域。继而将最大化有效定位区域为优化目标, 通过仿真分析生成若干组具有不同构型的定位网络, 寻求使有效定位区域面积最大的一组定位节点。然而, 该文只分析了有限的定位节点构型组合, 未能给出最优的定位节点部署方案。

本文以基于 TDoA 定位参数的二维 WSN 为基本场景, 开展 TDoA 定位盲区分析与节点部署策略研究。首先, 从定位误差的理论界限 CRLB 的角度出发, 对定位盲区的产生原因进行了剖析。其次, 分析了 TDoA 测量误差、WSN 相对于信号源的空间几何构型等不同因素对定位盲区的影响。再次, 提出了平均 CRLB 作为衡量 WSN 覆盖区域定位精度的表征方式; 在此基础上, 以平均 CRLB 为目标函数, 构建了传感器节点部署优化问题, 并提出了基于定位盲区预判的遗传算法对其求解。最后, 计算机仿真验证了单信号源定位时 CRLB 的性质; 验证了定位盲区与信号源相对于传感器节点的方向向量有关, 且会出现在满秩测量矩阵的场景中; 验证了所提节点部署算法对于 WSN 覆盖区域的定位精度优于 3 种基准算法。

## 1 TDoA 定位场景及定位精度衡量参数

### 1.1 二维 TDoA 定位场景

基于无线传感器网络实现非合作信号源定位场景如图 1 所示。WSN 包含  $M(M \geq 3)$  个节点, 节点位置坐标的集合为  $\{s_1, s_2, \dots, s_M\}^T$ , 其中,  $s_i = [s_{i,x}, s_{i,y}]^T, \forall i=1, 2, \dots, M$ 。  $\mathcal{U}$  为 WSN 的覆盖区域。在  $\mathcal{U}$  内存在一个信号辐射源, 其位置坐标为  $u = [u_x, u_y]^T$ 。从 WSN 的角度来说, 该信号源是非合作的, 即 WSN 无法掌握该信号源的先验信息, 例如信号辐射时刻、信号参数特征、历史运动轨迹等。因此, WSN 采用基于 TDoA 参数的定位方式, 不需要与非合作信号源进行交互即可实现对其位置估计。

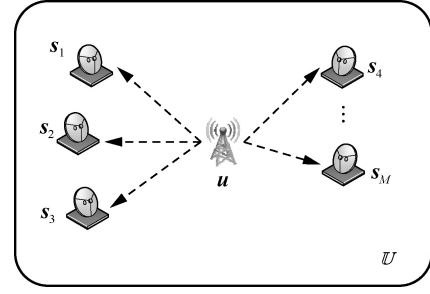


图 1 非合作信号源定位场景示意

假设信号源和无线传感器节点之间为直射路径, 则信号源所辐射的无线电波传播至第  $i$  个传感器节点的时间为

$$t_i = \frac{1}{c} \|u - s_i\|_2 \quad (1)$$

其中,  $c$  为无线电波的传播速度,  $\|\cdot\|_2$  为向量的 2 范数运算。

不失一般性, 将节点  $s_1$  视为测量 TDoA 时的参考节点, 则信号源的辐射信号传播至第  $i$  个节点和参考节点的真实时间差为

$$\tau_{i1} = t_i - t_1 = \frac{1}{c} \|u - s_i\|_2 - \frac{1}{c} \|u - s_1\|_2 \quad (2)$$

考虑高斯加性噪声的 TDoA 测量模型, 通过接收信号相关运算测量得到的信号源的 TDoA 为

$$\hat{\tau}_{i1} = \tau_{i1} + n_{i1} \quad (3)$$

其中,  $\hat{\tau}_{i1}$  为 TDoA 测量值,  $n_{i1}$  服从均值为零、方差为  $\sigma_{i1}^2$  的高斯分布。

定义 TDoA 测量值集合和测量误差的集合分别为

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{\tau}} = \{\hat{\tau}_{21}, \hat{\tau}_{31}, \dots, \hat{\tau}_{M1}\} \\ \boldsymbol{n} = \{n_{21}, n_{31}, \dots, n_{M1}\} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $\boldsymbol{n}$  服从均值为零、协方差矩阵为  $\boldsymbol{Q} = \text{diag}\{\sigma_{21}^2, \sigma_{31}^2, \dots, \sigma_{M1}^2\}$  的高斯分布,  $\text{diag}\{\boldsymbol{x}\}$  表示将向量  $\boldsymbol{x}$  作为对角元素的矩阵。

### 1.2 单信号源定位精度衡量参数

信号源的位置解算过程就是按照某一准则从 TDoA 测量值  $\hat{\boldsymbol{\tau}}$  中估计出信号源的位置坐标  $\hat{\boldsymbol{u}}$ , 并尽可能地使其接近其真实位置  $\boldsymbol{u}$ 。作为任何无偏估计的方差下界, 基于信息理论的 CRLB 在定位问题中被广泛地作为定位精度的衡量参数, CRLB 定义为费希尔信息矩阵 (FIM, Fisher information matrix)

的逆矩阵<sup>[4]</sup>。

在基于 TDoA 的定位场景中，利用  $\hat{\mathbf{t}}$  对信号源位置  $\mathbf{u}$  进行估计时的 CRLB 为

$$C(\mathbf{u}) = J(\mathbf{u})^{-1} = (\mathbf{H}\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{H}^T)^{-1} \quad (5)$$

其中， $C(\mathbf{u})$  为 CRLB， $J(\mathbf{u}) = \mathbf{H}\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{H}^T$  为 FIM。矩阵  $\mathbf{H}$  取决于信号源  $\mathbf{u}$  和 WSN 中各节点的空间位置关系，其每一列是 TDoA 真值（标量）对于信号源真实位置（列向量）的导数，具体表达式为

$$\mathbf{H} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} \boldsymbol{\tau} = \frac{1}{c} [\mathbf{d}_{21}, \mathbf{d}_{31}, \dots, \mathbf{d}_{M1}] \quad (6)$$

其中，

$$\mathbf{d}_{il} = \mathbf{d}_i - \mathbf{d}_1 = \frac{\mathbf{u} - \mathbf{s}_i}{\|\mathbf{u} - \mathbf{s}_i\|_2} - \frac{\mathbf{u} - \mathbf{s}_1}{\|\mathbf{u} - \mathbf{s}_1\|_2}, \quad \forall i \quad (7)$$

其中， $\mathbf{d}_i$  是信号源到节点  $\mathbf{s}_i$  的方向向量，即

$$\mathbf{d}_i = \frac{\mathbf{u} - \mathbf{s}_i}{\|\mathbf{u} - \mathbf{s}_i\|_2}, \quad \text{且 } \|\mathbf{d}_i\|_2 = 1.$$

将式(6)代入 FIM  $J(\mathbf{u})$  的表达式，可得

$$J(\mathbf{u}) = \frac{1}{c^2} [\mathbf{d}_{21}, \mathbf{d}_{31}, \dots, \mathbf{d}_{M1}] \mathbf{Q}^{-1} [\mathbf{d}_{21}, \mathbf{d}_{31}, \dots, \mathbf{d}_{M1}]^T = \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} \mathbf{d}_{il} \mathbf{d}_{il}^T = \begin{bmatrix} \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,x} d_{il,x}, & \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,x} d_{il,y} \\ \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,x} d_{il,y}, & \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,y} d_{il,y} \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中， $d_{il,x}$ 、 $d_{il,y}$  分别为向量  $\mathbf{d}_{il}$  的横、纵坐标。由于  $C(\mathbf{u})$  是  $J(\mathbf{u})$  的逆矩阵，根据 FIM 的行列式  $\det(J(\mathbf{u}))$  与伴随矩阵  $J^*(\mathbf{u})$  可进一步得到  $C(\mathbf{u})$  的表达式，即

$$C(\mathbf{u}) = J(\mathbf{u})^{-1} = \frac{J^*(\mathbf{u})}{\det(J(\mathbf{u}))} = \frac{\begin{bmatrix} \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,y} d_{il,y}, & -\sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,x} d_{il,y} \\ -\sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,x} d_{il,y}, & \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,x} d_{il,x} \end{bmatrix}}{\sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,x}^2 \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,y}^2 - \left( \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,x} d_{il,y} \right)^2} \quad (9)$$

进一步地，可得 TDoA 定位场景中信号源位置

估计的 CRLB 的迹为

$$\text{tr}(C(\mathbf{u})) = \frac{\text{tr}(J^*(\mathbf{u}))}{\det(J(\mathbf{u}))} = \frac{\sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} \|\mathbf{d}_{il}\|_2^2}{\sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,x}^2 \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,y}^2 - \left( \sum_{i=2}^M (c\sigma_{il})^{-2} d_{il,x} d_{il,y} \right)^2} \quad (10)$$

根据式(4)~式(10)，可以得到以下关于 CRLB 的若干性质。

**性质 1** 当 TDoA 误差的方差恒定时，CRLB 与信号源到各节点的距离无关。

**证明** 在式(5)中，若矩阵  $\mathbf{Q}$  恒定，则 CRLB 只与矩阵  $\mathbf{H}$  有关。根据式(6)中矩阵  $\mathbf{H}$  的表达式可知， $\mathbf{H}$  仅与信号源到达各节点的方向向量有关，而与信号源和各节点的距离无关。此外，根据式(10)也可以得到相同结论。证毕。

**性质 2** 在 TDoA 定位中，将任一节点视为参考节点对 CRLB 没有影响。

**证明** 性质 2 的证明可参考文献[4]，该文献分析了 TDoA 和 FDoA 联合定位场景中参考节点选择的无关性。需要说明的是，若融合处理中心准确已知各节点的接收信噪比，那么参考节点和其他节点测量得到的 TDoA 误差分布特性是可计算得到的<sup>[6]</sup>，当改变参考节点时，CRLB 是不变的。证毕。

## 2 定位盲区存在性及影响因素分析

**定义 1** 若 WSN 对某一信号源的 CRLB 趋于无穷大，则称信号源所处的空间位置为 WSN 的定位盲点。

**定义 2** 在 WSN 的覆盖区域内，全部定位盲点的集合称为 WSN 的定位盲区。

由式(10)可知，WSN 相对于信号源的空间几何构型影响着定位精度衡量参数 CRLB。当几何构型较好时，CRLB 较小，WSN 可实现对信号源的精确定位；反之，CRLB 较大甚至趋于无穷，WSN 对信号源的定位误差极大，甚至失效，此时认为该信号源所处位置位于 WSN 的定位盲区内。

**定理 1** 在基于 TDoA 的二维定位场景中，若传感器节点相对于信号源的方向向量组中，不同向量的个数不大于 2，则信号源所处位置为 WSN 的定位盲点。从数学表达式的角度来说，信号源  $\mathbf{u}$  相对于全部传感器节点  $\{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_M\}$  的方向向量为

$\{d_1, d_2, \dots, d_M\}$ , 若  $\{d_1, d_2, \dots, d_M\}$  满足以下任意一种情况时, WSN 对于该信号源的 CRLB 不存在。

情况 1  $d_1 = d_2 = \dots = d_M$ 。

情况 2  $\begin{cases} \exists d_i \neq d_j, i \neq j, i, j \leq M \\ \{d_1, d_2, \dots, d_M\} \setminus \{d_i, d_j\} \in \{d_i, d_j\} \end{cases}$ 。

情况 1 所对应的定位几何构型是全部  $M$  个节点和信号源共线, 且均位于信号源的同一侧。情况 2 表示存在 2 个不同方向向量, 而其余方向向量均等于其中之一, 所对应的定位几何构型是全部  $M$  个节点均位于相对于信号源的 2 个不同的方向向量上。

**证明** 根据柯西-施瓦茨不等式的一般形式可知, 式(10)的分母是非负的, 即

$$\sum_{i=2}^M (c\sigma_{i1})^{-2} d_{i1,x}^2 \sum_{i=2}^M (c\sigma_{i1})^{-2} d_{i1,y}^2 - \left( \sum_{i=2}^M (c\sigma_{i1})^{-2} d_{i1,x} d_{i1,y} \right)^2 \geq 0 \quad (11)$$

当柯西-施瓦茨不等式中等号成立的充要条件满足时, 式(10)的分母为零,  $\text{tr}(C(\mathbf{u}))$  不存在, 产生定位盲区。式(11)取等号的充要条件为

$$d_{i1,x} = \lambda d_{i1,y}, \quad \lambda \neq 0, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (12)$$

下面讨论式(12)成立的条件。

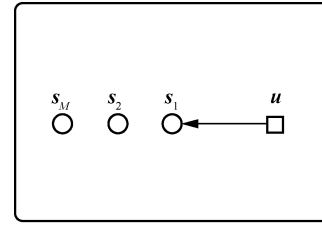
1) 若  $d_{21} = d_{31} = \dots = d_{M1} = 0$ , 则式(12)成立, 此时方向向量  $d_1, d_2, \dots, d_M$  均相等, 所对应的定位几何构型是全部传感器节点和信号源共线, 且信号源位于全部节点的一侧, 如图 2(a)所示。

2) 若  $d_{i1} \neq 0$  且  $d_{21}, \dots, d_{(i-1)1}, d_{(i+1)1}, \dots, d_{M1} = 0$ , 则式(12)成立, 此时方向向量  $d_1, d_2, d_{i-1}, d_{i+1}, \dots, d_M$  均相等, 且与  $d_{i1}$  不相等, 所对应的定位几何构型是除  $s_i$  外其余传感器节点和信号源共线, 且信号源位于这些节点的一侧, 如图 2(b)所示。

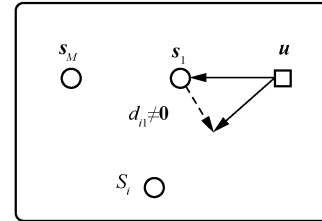
3) 若  $d_{i1} \neq 0$  且  $d_{21}, \dots, d_{(i-1)1}, d_{(i+1)1}, \dots, d_{M1} = d_{i1}$ , 则式(12)成立, 此时除  $d_i$  外, 全部方向向量均与  $d_i$  相等, 所对应的定位几何构型是除参考节点  $s_i$  外其余传感器节点和信号源共线, 且信号源位于这些节点的一侧, 如图 2(c)所示。

4) 若  $d_{i1} \neq 0, d_{j1} \neq 0, i \neq j$ , 则不存在  $\lambda$  使式(12)成立。

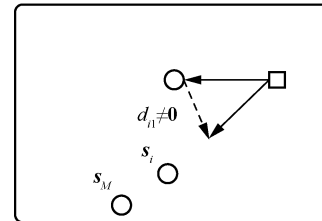
证毕。



(a)  $d_1 = d_2 = \dots = d_M$



(b)  $d_{i1} \neq 0$  且  $d_{21}, \dots, d_{(i-1)1}, d_{(i+1)1}, \dots, d_{M1} = 0$



(c)  $d_{i1} \neq 0$  且  $d_{21}, \dots, d_{(i-1)1}, d_{(i+1)1}, \dots, d_{M1} = d_{i1}$

图 2 定位盲区产生条件的示意

**推论 1** 在二维 TDoA 定位场景中, 当传感器节点排列为线形阵列时, 节点所在直线为定位盲区; 当存在一个传感器节点与其余节点不共线时, 传感器节点包围的区域内不存在定位盲点, 包围区域一定不是定位盲区。

**证明** 当传感器节点排列为线形阵列时, 若信号源位于传感器节点连线在某一侧的延伸线上, 则定理 1 中的情况 1 成立, 该位置为定位盲点; 若信号源位于传感器节点之间, 则定理 1 中的情况 2 成立, 该位置为定位盲点。综上, 当传感器节点排列为线形阵列时, 节点所在直线为定位盲区。

另一方面, 当存在一个传感器节点与其余节点不共线时, 节点包围区域内的任意一点 (即使在任意 2 个传感器节点的连线上) 相对于全部传感器节点的不同方向向量个数都严格大于 2, 因此包围区域内不存在定位盲点。证毕。

**推论 2** TDoA 测量误差的强度并不影响定位盲区的存在, 以及定位盲区所处的空间位置。

**证明** 定理 1 阐述的 2 种定位盲点存在情况均与 TDoA 测量误差的强度无关, 只与 WSN 相对于信号源的空间几何构型有关。因此, 即使 TDoA 定位误差的方差逐渐变小, 也依然存在定位盲区, 且

所处空间位置不变。证毕。

**推论 3** 在 3 个传感器节点构成的 WSN 中, 定位盲区存在于任意 2 个传感器节点连线的外侧。

**证明** 当仅存在 3 个传感器节点且不共线时, 根据推论 1, 传感器节点内侧包围区域一定不是定位盲区。然而, 当信号源位于任意 2 个传感器节点的外侧连线上时, 定理 1 的情况 2 满足, 外侧连线对应的区域为定位盲区。证毕。

根据定理 1 及相关推论, 可以定性分析 WSN 覆盖区域中的定位盲区, 继而指导 WSN 的部署方案、定位盲区的补盲方案、信号源定位结果的置信度评估等。具体来说, 在典型场景中部署 WSN 时, 应使定位盲区远离重点监测区域及目标信号源, 从而保证定位精度。其次, 借鉴无线通信中的微蜂窝、直放站等补盲方式, 以定理 1 为理论支撑, 通过部署额外的节点可消除定位盲区。最后, 在信号源定位过程中, 若连续定位结果在区域内剧烈跳变, 且多个定位点处于 WSN 的定位盲区内, 则定位结果的置信度较差。

**推论 4** 对于某一定位网络和信号源形成的矩阵  $\mathbf{H}$ , 若该矩阵的秩小于空间维度, 该信号源处于定位盲区。

**证明** 对于定理 1 中的情况 1, 矩阵  $\mathbf{H}$  的列向量全部为零向量, 此时该矩阵的秩为 0; 对于定理 1 中的情况 2, 矩阵  $\mathbf{H}$  的全部列向量是平行的 (考虑存在零向量的情形), 如图 2(b) 和图 2(c) 所示, 此时, 该矩阵的秩为 1。因此, 若矩阵  $\mathbf{H}$  的秩小于空间维度, 该信号源处于定位盲区。证毕。

### 3 基于平均 CRLB 的传感器节点部署算法

定位盲区的产生与 WSN 的部署方式紧密相关, 一旦出现定位盲区, WSN 所覆盖区域的平均定位精度将急剧恶化。因此, 面向重点监测区域部署 WSN 时, 应以避免定位盲区为首要目标。本节首先提出区域定位精度的衡量参数, 并以此为基础构建节点部署优化问题, 提出基于定位盲区预判断的遗传算法进行求解。

#### 3.1 区域定位精度衡量参数

**定义 3** 若信号源随机出现在 WSN 的覆盖区域  $\mathcal{U}$  中, 其位置坐标服从概率密度函数  $f(\mathbf{u})$ , 则 WSN 对于信号源的平均 CRLB 为

$$\bar{C}(\mathbf{u}) = \int_{\mathbf{u} \in \mathcal{U}} C(\mathbf{u}) f(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \quad (13)$$

其中, 积分区间是  $\mathbf{u} \in \mathcal{U}$ 。如式(10)所示,  $C(\mathbf{u})$  与  $\mathbf{u}$

呈高度非线性关系, 难以直接给出平均 CRLB  $\bar{C}(\mathbf{u})$  的表达式。因而, 本文采用离散形式逼近平均 CRLB。

**定义 4** 在覆盖区域  $\mathcal{U}$  中, 按照概率密度函数  $f(\mathbf{u})$  随机生成  $N$  个信号源, 即  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N\}$ , 则平均 CRLB 可近似为

$$\bar{C}(\mathbf{u}) \approx \tilde{C}(\mathbf{u}) = \sum_{i=1}^N C(\mathbf{u}_i) p_i \quad (14)$$

其中,  $p_i$  是信号源出现在第  $i$  个位置时的概率, 均匀分布时  $p_i = \frac{1}{N}$ 。当  $N \rightarrow \infty$  时,  $\bar{C}(\mathbf{u}) = \tilde{C}(\mathbf{u})$ 。

说明如下。1) 覆盖区域的定位精度还可以使用定位中断概率来衡量, 类似于文献[21]提出的有效定位区域的概念。然而, 平均定位精度更适合于衡量存在定位盲区时的区域定位精度, 这是因为中断概率中的定位精度阈值难以合理设定。2) 对于非合作信号源, 其出现在 WSN 覆盖区域的概率密度函数是未知的, 此时假设  $f(\mathbf{u})$  为均匀分布是合理的。3)  $\bar{C}(\mathbf{u})$  与信号源位置  $\mathbf{u}$  和传感器节点的位置  $\{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_M\}$  有关, 而  $\tilde{C}(\mathbf{u})$  与按照随机变量  $\mathbf{u}$  概率密度函数随机产生的  $N$  个采样点位置  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N\}$  和传感器节点的位置  $\{\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_M\}$  有关。

#### 3.2 节点部署优化问题构建与分析

在传感器节点部署时, 需要提前规划各个传感器节点的部署位置, 从而实现对 WSN 覆盖区域内潜在信号源的最优定位精度。本文以平均 CRLB 为目标函数, 构建约束优化问题为

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^1 \quad & \min_{\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2, \dots, \hat{\mathbf{s}}_M} \tilde{C}(\mathbf{u}) \\ & \text{s.t.} \quad \hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2, \dots, \hat{\mathbf{s}}_M \in \mathcal{S} \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $\{\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2, \dots, \hat{\mathbf{s}}_M\}$  是传感器节点的空间位置向量,  $\tilde{C}(\mathbf{u})$  是与  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N\}$  和  $\{\hat{\mathbf{s}}_1, \hat{\mathbf{s}}_2, \dots, \hat{\mathbf{s}}_M\}$  有关的目标函数,  $\mathcal{S}$  是传感器节点的部署范围。

需要说明的是, 针对单一信号源的节点部署方式, 文献[17]已证明均匀角度部署是最优的。而在优化问题  $\mathcal{P}^1$  中, 目标函数是整个区域内随机选取采样点后计算得到的平均 CRLB, 因此该优化问题的最优解应该是使区域平均定位精度最好的一种部署方式。

由式(10)可知, WSN 对单个信号源的 CRLB 是关于传感器节点空间位置向量的非凸函数。进一步地, 在式(15)中, 目标函数  $\tilde{C}(\mathbf{u})$  的表达式关于待求

解变量  $\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_M$  也呈现出非凸性质。因而, 想要直接求解优化问题  $\mathcal{P}^1$  较为困难。

### 3.3 直接遗传算法和基于定位盲区预判断的遗传算法

遗传算法是一种较成熟的进化算法, 在资源分配、网络规划等领域的大量非线性和非凸的优化问题中被广泛应用<sup>[22-24]</sup>。遗传算法的核心思想来源于达尔文的生物进化论, 通过模拟生物进化过程中的自然选择、种群繁殖、基因突变, 利用“种群”的不断进化和淘汰, 最终实现优势个体的保留和劣势个体的移除<sup>[25]</sup>。

#### 3.3.1 直接遗传算法

本节采用遗传算法直接求解优化问题  $\mathcal{P}^1$ , 将目标函数、决策变量映射为遗传算法的基本元素, 具体如下。

**染色体。**决策变量编码为向量形式的“染色体”  $\chi = \{\hat{s}_1^T, \hat{s}_2^T, \dots, \hat{s}_M^T\}$ 。

**环境适应度。**优化问题中的约束条件仅包括传感器节点的定义域, 无其他约束条件, 因此环境适应度函数可直接选取目标函数, 即  $f(\chi) = \frac{1}{\tilde{C}(\mathbf{u}) + \delta}$ , 其中  $\delta$  是使分母不为零的极小自然数。

下面给出利用遗传算法求解优化问题  $\mathcal{P}^1$  的主要步骤。

**步骤 1** 生成初始种群, 即  $\mathbf{X}^0 = \{\chi_1^0, \chi_2^0, \dots, \chi_{N_p}^0\}$ 。  $\mathbf{X}^0$  的上标表示迭代次数,  $N_p$  是种群中个体的个数。

**步骤 2** 计算全部  $N_p$  个个体的环境适应度, 即  $\{f(\chi_1^0), f(\chi_2^0), \dots, f(\chi_{N_p}^0)\}$ , 并选择最大的一个作为当前最优解, 即  $\tilde{\chi}^0 = \arg \max \{f(\chi_j^0)\}, j = 1, 2, \dots, N_p$ 。

**步骤 3** 采用联赛选择算法或轮盘赌选择算法对当前种群进行选择, 尽可能保留适应度函数较大的个体, 并抛弃适应度函数较小的个体。联赛选择算法的思想是随机挑选  $k$  个个体进行竞争, 适应性最好的将获得遗传权。轮盘赌选择算法的思想是将适应度与选择概率联系起来, 个体被选中的概率与其适应度大小成正比。

**步骤 4** 利用基因重组的思想, 产生现有种群中个体的后代, 使个体数量恢复到  $N_p$ 。例如, 对于个体  $\chi_m^0$  和  $\chi_n^0$ , 其后代可按照  $\chi_m^0 + l \odot (\chi_n^0 - \chi_m^0)$  获得, 其中,  $l$  服从均匀分布  $U(0,1)$ ,  $\odot$  为向量的 Schur 积。

**步骤 5** 利用基因突变思想, 对种群中一定比例的个体的染色体进行随机变化。基因突变可保证种群的多样性, 避免算法陷入局部最优解。

**步骤 6** 判断迭代次数是否达到预设值, 若达到预设值则算法结束, 返回当前最优解; 否则返回步骤 2, 且迭代次数加 1。

#### 3.3.2 基于定位盲区预判断的遗传算法

在直接遗传算法中, 决策变量是 WSN 中各节点的空间位置坐标, 因此每个染色体  $\chi$  中包含  $2M$  个未知标量; 此外, 在遗传算法的迭代过程中, 种群在整个定义域内进行更新。因此, 直接遗传算法具有较大的运算复杂度, 且只能求解得到优化问题  $\mathcal{P}^1$  的近似最优解。

根据推论 1, 若信号源处于 WSN 的部署范围  $\mathcal{S}$  内, 传感器节点应尽可能地部署在该区域的外部边界, 且尽可能地避免多个传感器节点共线, 由此可避免定位盲区, 降低区域的平均定位误差。因此, 若  $\mathcal{S}$  为凸集, 可以将  $\mathcal{P}^1$  中的决策变量修改为

$$\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\} \quad (16)$$

其中,  $\theta_i$  表示第  $i$  个传感器节点相对于  $\mathcal{S}$  内任一参考坐标原点 (例如  $\mathbf{s}_0$ ) 的方位角, 即

$$\theta_i = \arccos \left( \frac{\hat{s}_i \mathbf{s}_0}{|\hat{s}_i| |\mathbf{s}_0|} \right) \quad (17)$$

由于  $\mathcal{S}$  为凸集, 则方位角与位置坐标可一一对应, 可以将节点部署优化问题改写为  $\mathcal{P}^2$ , 即

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^2 \quad & \min_{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M} \tilde{C}(\mathbf{u}) \\ \text{s.t.} \quad & 0 \leq \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M \leq 2\pi \\ & \hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_M \in [\mathcal{S}] \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $[\mathcal{S}]$  表示  $\mathcal{S}$  的外部边界,  $\tilde{C}(\mathbf{u})$  是与  $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_N\}$  和  $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}$  有关的目标函数。优化问题  $\mathcal{P}^2$  可采用遗传算法进行求解, 算法的核心步骤与 3.3.1 节相同, 仅需修改染色体的映射关系, 以及环境适应度与决策变量之间的数学关系。

在  $\mathcal{P}^2$  中, 将  $\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M\}$  所对应的位置坐标约束在部署区域的外部边界  $[\mathcal{S}]$ , 这样的约束条件设置内在地避免了定位盲区的产生, 从而保证了区域的平均定位精度, 因此优化问题  $\mathcal{P}^2$  的解可进一步逼近最优节点部署方案。

为了对比算法复杂度, 本文给出如下定义。定义算法在单个个体迭代中花费的时间为  $t_f = t_{\text{fitness}} + t_{\text{selection}} + t_{\text{crossover}} + t_{\text{mutation}}$ , 其中,  $t_{\text{fitness}}$  表示计算环境适应度函数的时间成本,  $t_{\text{selection}}$ 、 $t_{\text{crossover}}$ 、 $t_{\text{mutation}}$  分别表示执行选择、重组、突变的时间成本。定义可允许的最大进化迭代次数为  $L_{\text{max}}$ , 则遗传算法的时间复杂度为  $t_{\text{total}} = L_{\text{max}} N_p t_f$  [22], 其中,  $N_p$  为种群中的个体数量且已在 3.3.1 节给出。需要说明的是, 在所关注的优化问题  $\mathcal{P}^1$  和  $\mathcal{P}^2$  中, 决策变量维度分别为  $2M$  和  $M$ , 而在进行环境适应度函数计算时, 仍然把各节点的角度信息转换为二维坐标进行计算, 因此所提算法与直接遗传算法的  $t_{\text{fitness}} + t_{\text{selection}}$  是近似相同的; 由于  $t_{\text{crossover}} + t_{\text{mutation}}$  和决策变量的维度有直接关系, 因此所提算法的这部分时间成本更低。综上, 在求解节点部署优化问题时, 所提基于定位盲区预判的遗传算法的时间复杂度比直接遗传算法稍具优势。

## 4 仿真验证与分析

本节通过计算机仿真, 验证单信号源 CRLB 的相关性质、验证与分析定位盲区的存在区域、对比不同传感器节点部署算法的性能。本节仿真所采用的仿真平台是安装于 Intel(R) Core(TM) i9-9900K CPU @ 3.60 GHz 计算机的 MATLAB R2021a 软件。

需要说明的是, 针对单信号源 CRLB 性质验证的主要目的是阐述测量误差给定时, 定位几何构型对定位精度的影响; 针对区域 CRLB 性质验证的主要目的是给出定位盲区的出现区域, 并说明与蒙特卡罗实验结果的一致性; 针对传感器节点部署的仿真分析是为了说明所提算法的优势。

### 4.1 单信号源 CRLB 性质验证

构建存在单信号源的二维定位场景, 其中, 信号源的位置坐标为  $\mathbf{u} = [0, 0]^T$ , 有  $M = 5$  个传感器节点, 位置坐标分别为  $\mathbf{s}_1 = [300, 100]^T$ ,  $\mathbf{s}_2 = [400, 150]^T$ ,  $\mathbf{s}_3 = [300, 500]^T$ ,  $\mathbf{s}_4 = [350, 200]^T$ ,  $\mathbf{s}_5 = [-100, -100]^T$ 。设这组传感器节点为  $\text{WSN}_1$ 。在  $\text{WSN}_1$  的基础上, 将传感器节点  $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_3, \mathbf{s}_5$  的位置坐标相对于信号源向外扩展, 生成  $\text{WSN}_2 = \{k\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, k\mathbf{s}_3, \mathbf{s}_4, k\mathbf{s}_5\}$ 。在本节的仿真中,  $k = 1.2$ 。与  $\text{WSN}_2$  相比,  $\text{WSN}_1$  传感器节点相对信号源的方向向量未发生变化, 而部分传感器节点与信号源的距离变大了。

在  $\text{WSN}_1$  和  $\text{WSN}_2$  中, 假设将传感器节点  $\mathbf{s}_1$  视为参考节点时, TDoA 测量误差的标准差均为  $\frac{2.5}{c}$ , 即  $\sigma^2 = \left(\frac{2.5}{c}\right)^2$ , 可得  $\mathbf{Q}_i = \text{diag}\{\sigma_{21}^2, \sigma_{31}^2, \dots, \sigma_{M1}^2\}$ 。在此基础上, 若将传感器节点  $\mathbf{s}_i$  视为参考节点, 则 TDoA 测量误差的协方差矩阵需要相应改变。由文献[4]可知

$$\mathbf{Q}_i = \mathbf{P}_i \mathbf{Q}_1 \mathbf{P}_i^T, \quad 1 < i \leq M \quad (19)$$

其中,

$$\mathbf{P}_i = \begin{cases} P_{m,j-1} = -1, & m = 1, 2, \dots, M-1 \\ P_{m,m-1} = 1, & m = 2, 3, \dots, j-1 \\ P_{m,m} = 1, & m = j, j+1, \dots, M-1 \end{cases} \quad (20)$$

单信号源定位场景中 Root CRLB 和均方根误差 (RMSE, root mean squared error) 的仿真结果如表 1 所示, 其中, RMSE 是由 200 次蒙特卡罗仿真得到的。CRLB 为均方误差 (MSE) 的理论下界, Root CRLB (即 CRLB 的平方根值) 为 RMSE 的理论下界。由表 1 可知, 当  $\text{WSN}$  中任一节点作为参考节点且 TDoA 测量误差协方差矩阵已知时, 更换参考节点并不影响该  $\text{WSN}$  对信号源的 CRLB, RMSE 也近似相等。此外, 当 TDoA 测量误差的协方差矩阵不变且  $\text{WSN}$  中部分传感器节点沿着信号源与传感器节点所在射线 (需要保证方向向量不变) 移动时,  $\text{WSN}$  对信号源的 CRLB 不变, RMSE 近似相等。

表 1 单信号源定位场景中 Root CRLB 和 RMSE 的仿真结果

参考节点	$\text{WSN}_1$		$\text{WSN}_2$	
	Root CRLB/m	RMSE/m	Root CRLB/m	RMSE/m
$\mathbf{s}_1$	5.951 0	6.437 6	5.951 0	6.449 6
$\mathbf{s}_2$	5.951 0	6.166 6	5.951 0	6.220 7
$\mathbf{s}_3$	5.951 0	6.095 7	5.951 0	6.107 3
$\mathbf{s}_4$	5.951 0	6.034 9	5.951 0	6.091 8
$\mathbf{s}_5$	5.951 0	7.116 9	5.951 0	7.547 9

### 4.2 定位盲区仿真验证与分析

在对定位盲区的理论分析中, 本文将 CRLB 视为定位精度的衡量指标, 因为 CRLB 能够给出某一定位场景下  $\text{WSN}$  对信号源定位精度的理论下界, 即任何无偏估计定位算法的定位误差均大于 CRLB。本节引

入定位解析算法, 并设置蒙特卡罗实验来计算定位解析算法的 RMSE, 通过与 CRLB 进行对比分析来验证基于 CRLB 对定位盲区分析的准确性。

考虑一个包含  $M = 5$  个传感器节点的 WSN, 传感器节点呈线性排列, 位置坐标分别为  $s_1 = [0, 0]^T$ ,  $s_2 = [1000, 1000]^T$ ,  $s_3 = [-1000, -1000]^T$ ,  $s_4 = [2500, 2500]^T$ ,  $s_5 = [-2500, -2500]^T$ 。WSN 的覆盖区域为正方形, 即  $U = [-5000, -5000]^T \times [5000, 5000]^T$ 。将  $s_1$  视为参考节点, 设置 TDoA 测量误差的标准差为  $\frac{2.5}{c}$ 。当给定 WSN 中各个传感

器节点的坐标后, 对覆盖区域  $U$  均匀采样获取若干采样点, 并计算每个采样点的 CRLB, 便可绘制覆盖区域内 CRLB 分布等高线图。WSN 中节点线性排列时 Root CRLB 和 RMSE 的分布等高线图如图 3 所示。需要说明的是, 节点线性排列导致文献[4]算法产生奇异矩阵而失效。为了获取 RMSE, 本节利用一阶泰勒级数的方法<sup>[26]</sup>在真实信号源附近进行搜索。尽管如此, 信号源真实位置作为初始点的泰勒展开法在绝对的定位盲点也无法获取信号源位置估计值。此外, 在仿真图中, 等高线所表示的定位精度单位为米, 为避免文字重叠, 图中将定位误差的单位省去, 后续仿真图中等高线的定位精度单位也并未标注。

根据图 3 可知, 线性排列的 WSN 所在直线为定位盲区, 在该区域, CRLB 不存在, RMSE 无穷大。由 WSN 所在直线的延长线两侧向 WSN 所在直线的中垂线方向  $[-5000, 5000]$  与  $[5000, -5000]$  连线的方向) 移动, CRLB 逐渐变小, 定位算法的 RMSE 从“不存在”过渡为异常大。在中垂线方向, WSN 的定位精度最优, 绝大多数区域定位精度在 10 m 以下。

为了论证定理 1 中情况 2 的定位盲区, 将 WSN 中的  $s_5$  由  $[-2500, -2500]^T$  移动至  $[-2500, -2500]^T$ , WSN 中节点的排列不再是线形, 此时 Root CRLB 和 RMSE 的分布等高线图如图 4 所示。由图 4 可知, 1)  $s_1$  至  $s_4$  所在直线的外侧仍为定位盲区, CRLB 不存在, RMSE 无穷大; 2) 偏出的节点  $s_5$  附近并不存在定位盲区; 3) WSN 节点所包围的区域内定位精度可达 4 m, 包围区域内不存在盲点。图 4 的仿真结果与定理 1 结论一致, 结合图 3 与图 4 可证明推论 1 的相关结论。

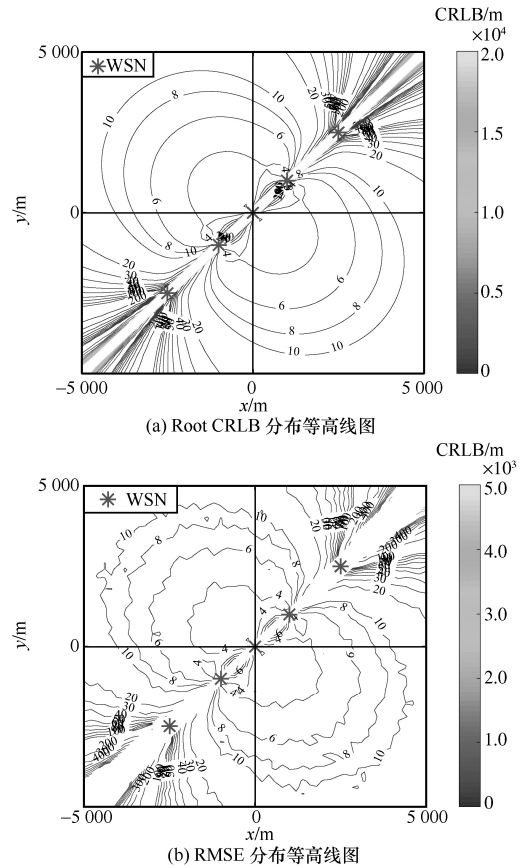


图 3 WSN 中节点线性排列时 Root CRLB 和 RMSE 的分布等高线图

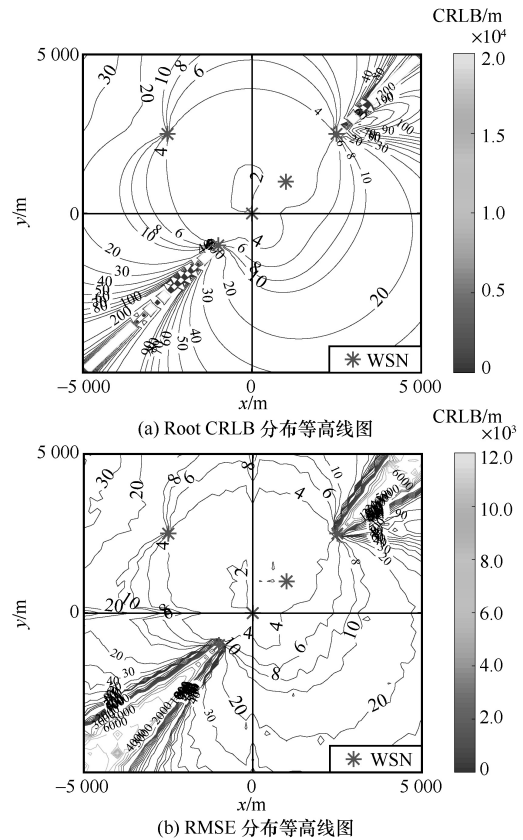


图 4 WSN 中一个节点偏出时 Root CRLB 和 RMSE 的分布等高线图

进一步地, 将 WSN 中的  $s_4$  由  $[2\ 500, 2\ 500]^T$  移动至  $[2\ 500, -2\ 500]^T$ , 此时 WSN 相对于覆盖区域内任意一点的不同方向向量个数均大于 2, 不满足定理 1 中的情况 2。WSN 中 2 个节点偏出时 Root CRLB 和 RMSE 的分布等高线图如图 5 所示。由图 5 可知, WSN 覆盖区域内不存在定位盲区, 绝大多数区域的定位精度在 10 m 以下。图 5 的仿真结果证明了定理 1 的正确性。

为了验证推论 2, 本节选取图 4 中的 WSN 部署方式, 并设置 4 组不同的 TDoA 测量误差标准差, 即  $\sigma^2 = \left(\frac{2.5}{c}\right)^2 \times [0.1, 1, 10, 100]$ 。TDoA 测量误差的标准差变化时 Root CRLB 的分布等高线图如图 6 所示。由图 6 可知, TDoA 测量误差的强度并不影响 CRLB 的等高线分布, 只是在不同的等高线上定位误差不同; 当 TDoA 测量误差为对角矩阵时, 定位精度与测量误差的方差呈线性关系。需要说明的是, 在研究无线定位网络空间几何构型的影响时, 可将测量误差归一化, 并采用定位精度几何因子 (GDOP, geometric dilution of precision) 作为分析对象<sup>[7]</sup>。

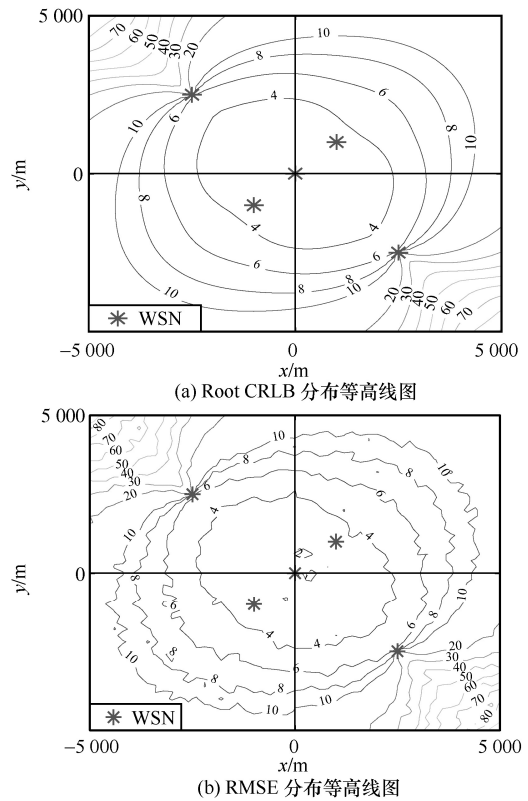


图 5 WSN 中 2 个节点偏出时 Root CRLB 和 RMSE 的分布等高线图

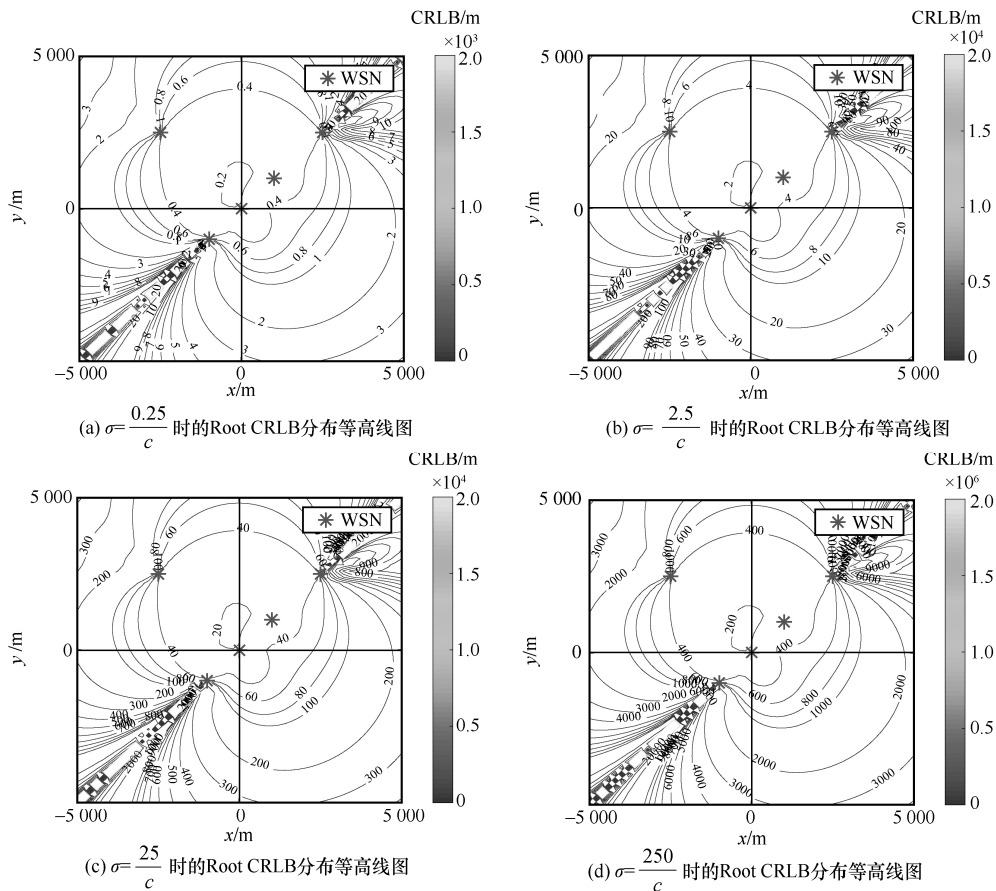


图 6 TDoA 测量误差的标准差变化时 Root CRLB 的分布等高线图

当 WSN 仅保留 3 个节点, 且呈等边三角形分布时, WSN 覆盖区域的 Root CRLB 和 RMSE 的分布等高线图如图 7 所示。需要说明的是, 三节点 TDoA 定位场景的 RMSE 是利用文献[27]中所提出的算法, 结合一阶泰勒展开法获得的。由图 7 可知, 在任意 2 个节点的外侧, 存在定位盲区, 不存在 CRLB, RMSE 无穷大; 在节点包围区域的内部, 不存在定位盲点, 这与推论 3 是一致的。

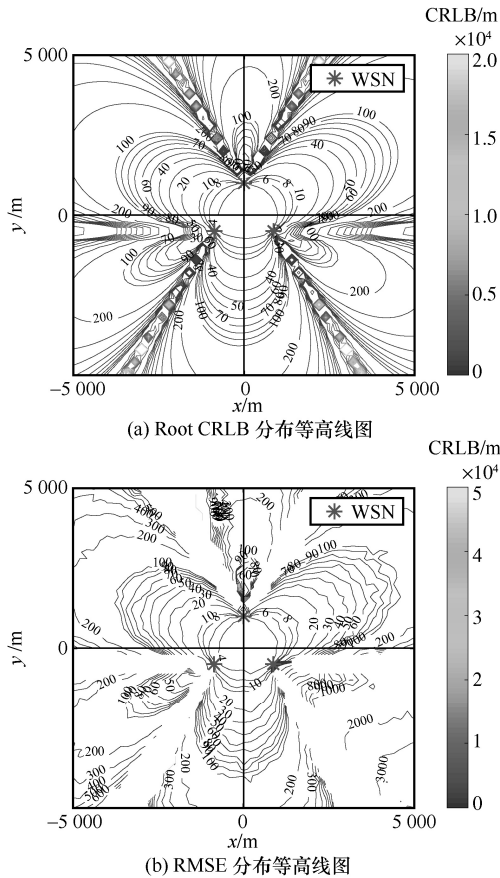


图 7 WSN 仅包含 3 个节点时 Root CRLB 和 RMSE 的分布等高线图

### 4.3 传感器节点部署算法验证与分析

由图 3~图 5 可知, 当传感器节点部署方式发生变化时, 覆盖区域内定位精度的等高线也在发生变化。本节通过仿真分析的形式, 研究覆盖区域平均 CRLB 最小化的传感器节点部署算法。

考虑存在  $M = 5$  个节点的 WSN, 假设其部署区域与覆盖区域相同, 即  $\mathcal{S} = [-5\ 000, -5\ 000]^T \times [5\ 000, 5\ 000]^T$ 。假设不考虑传感器节点的通信距离与覆盖范围约束, 并设置 TDoA 测量误差的标准差为  $\frac{2.5}{c}$ , 即  $\sigma^2 = \left(\frac{2.5}{c}\right)^2$ 。

为了验证所提的基于定位盲区预判的遗传算法, 本节设计了 3 个对比算法: 均匀角度部署算法、区域顶点部署算法、直接遗传算法。均匀角度部署算法以覆盖区域为中心, 将全部传感器节点部署于  $s_i = 2\ 500 \left[ \cos\left(i \frac{2\pi}{5}\right), \sin\left(i \frac{2\pi}{5}\right) \right], i = 1, 2, \dots, 5$ 。

区域顶点部署算法将 4 个传感器节点部署于覆盖区域的 4 个顶点, 另外一个位于覆盖区域的中心。直接遗传算法如 3.3.1 节所述, 将传感器节点的空间位置作为决策变量, 在覆盖区域  $\mathcal{S}$  中迭代搜寻, 获取使平均 CRLB 最小的节点部署方案。

4 种节点部署算法对覆盖区域定位的性能对比如图 8 所示。由图 8(a)可知, 所提基于定位盲区预判的遗传算法能够获得最小的平均 Root CRLB, 对应的节点部署方案能实现覆盖区域内信号源的最优定位精度。当 TDoA 测量误差的方差为  $\sigma^2 = \left(\frac{25}{c}\right)^2$  时, 所提算法对于区域的平均定位精度比均匀角度部署算法提高了 33.92%, 比区域顶点部署算法提高了 13.74%, 比直接遗传算法提高了 9.65%。

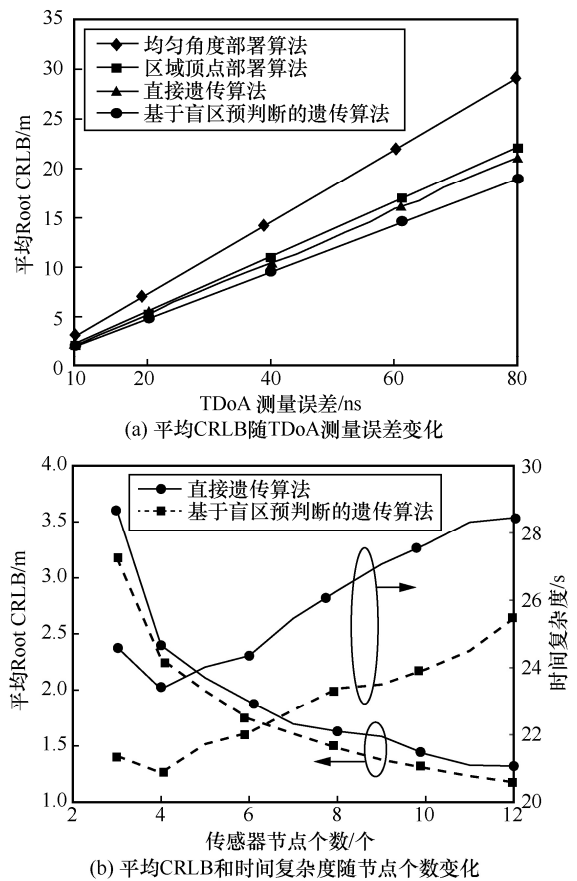


图 8 4 种节点部署算法对覆盖区域定位的性能对比

图 8(b)中时间复杂度由算法的运行时间反映。直接遗传算法和所提基于定位盲区预判断的遗传算法中均设置种群规模为 100，最大迭代次数为 200 次，算法终止条件为目标的迭代增量。由图 8(b)可知，随着可部署的传感器节点个数的增加，2 种算法可获得的平均 Root CRLB 都在逐渐变小，这表示部署更多的传感器节点可提升覆盖区域内目标的定位精度。其次，基于定位盲区预判断的遗传算法运算时间小于直接遗传算法，这是因为直接遗传算法在定义域内进行全域搜索，且决策变量维度较高，而所提算法只在部署区域的边界进行迭代搜索，且决策变量维度较低，因而时间复杂度也较低。

典型 TDoA 测量误差 ( $\sigma^2 = (\frac{2.5}{c})^2$ ) 下，4 种

节点部署算法对区域定位时平均 Root CRLB 的分布等高线图如图 9 所示。均匀角度部署时，节点包围区域的定位精度较高，包围区域外侧精度较差；区域顶点部署时，整个区域的定位精度相差不大，均保持在 2.8 m 以下；直接遗传算法对整个覆盖区域的定位精度保持在 2.4 m 以下，但在覆盖区域边缘的定位精度有所恶化，覆盖区域内不存在定位盲

区；所提基于定位盲区预判断的遗传算法对整个覆盖区域的定位精度较直接遗传算法有所提升，例如，1.8 m 定位误差等高线包围的区域更大，且可保证区域边缘的定位精度。由图 9 可知，直接遗传算法获得的节点部署方案中，4 个节点位于覆盖区域的顶点附近，第 5 个节点靠近其中一个节点；而所提算法获得的节点部署方案中，4 个节点准确位于区域的顶点，第 5 个节点几乎与其中一个节点位置相同。

### 5 结束语

本文针对 TDoA 为定位参数的 WSN，从单信号源定位精度 CRLB 入手，探讨了传感器节点与信号源的方向向量对 CRLB 的影响，给出了定位盲区产生的充分条件，并分析了 TDoA 测量误差、传感器节点排列方式等多种因素对定位盲区的影响。在此基础上，构建了传感器节点部署问题，并提出了基于定位盲区预判断的遗传算法来求解。仿真表明，所提算法相较于区域顶点部署、均匀角度部署、直接遗传算法，可将定位精度大幅提升。本文提出的定位盲区研究方法对已部署网络的定位性能分析具有参考意义，所提节

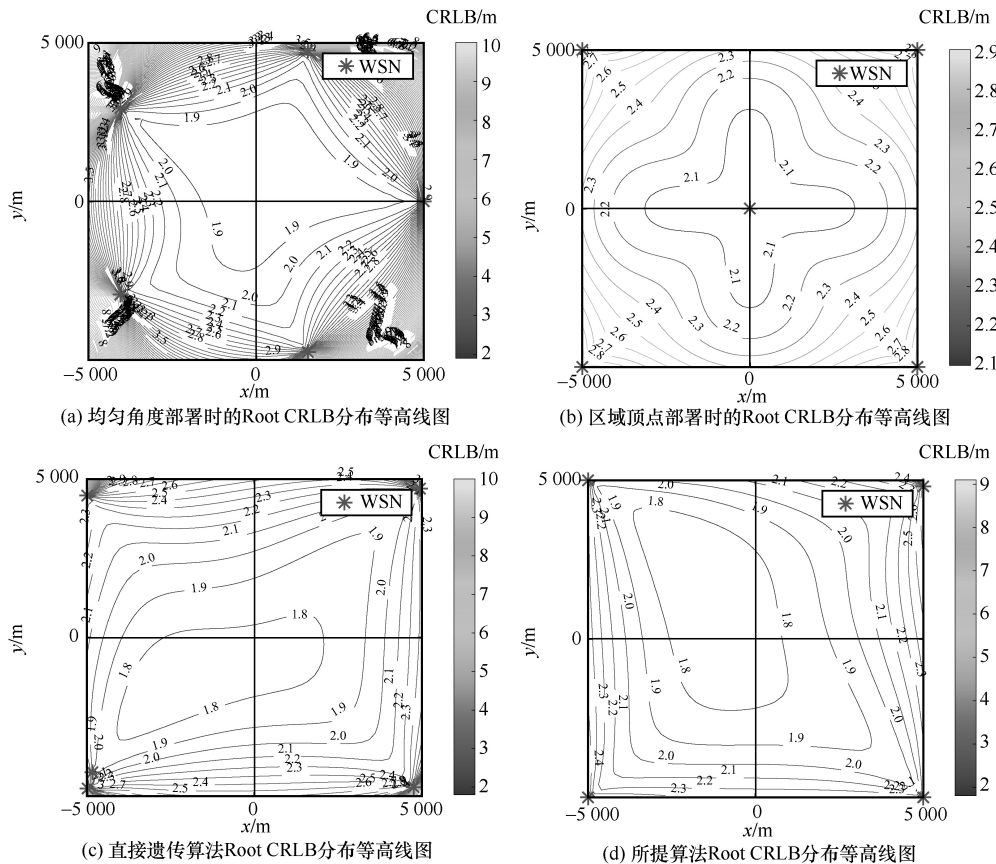


图 9 典型 TDoA 测量误差下 4 种节点部署算法对区域定位时平均 Root CRLB 分布等高线图

点部署方案对待部署网络的定位盲区出现区域具有指导意义, 具有广泛的应用前景。

### 参考文献:

- [1] BOUKERCHE A, OLIVEIRA H A B F, NAKAMURA E F, et al. Localization systems for wireless sensor networks[J]. IEEE Wireless Communications, 2007, 14(6): 6-12.
- [2] MAO G Q. Wireless sensor network localization techniques[J]. Computer Networks, 2007, 51(10): 2529-2553.
- [3] 郝本建, 朱建峰, 李赞, 等. 基于 TDoAs 与 FDoAs 的多信号源及感知节点联合定位算法[J]. 电子学报, 2015, 43(10): 1888-1897.  
HAO B J, ZHU J F, LI Z, et al. Joint multiple disjoint sources and sensors localization based on TDoAs and FDoAs[J]. Acta Electronica Sinica, 2015, 43(10): 1888-1897.
- [4] HO K C, XU W W. An accurate algebraic solution for moving source location using TDoA and FDoA measurements[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2004, 52(9): 2453-2463.
- [5] WANG Y, HO K C. An asymptotically efficient estimator in closed-form for 3-D AoA localization using a sensor network[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(12): 6524-6535.
- [6] STEIN S. Algorithms for ambiguity function processing[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, 29(3): 588-599.
- [7] SHARP I, YU K G, GUO Y J. GDOP analysis for positioning system design[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2009, 58(7): 3371-3382.
- [8] 肖潇, 陶晓明, 陆建华. 基于高效无线接入网的绿色无线通信关键技术研究[J]. 电信科学, 2011, 27(11): 75-83.  
XIAO X, TAO X M, LU J H. Study on key technologies of green wireless communications with energy efficient wireless access network[J]. Telecommunications Science, 2011, 27(11): 75-83.
- [9] 沈梦魁. 无线通信中的室内中继技术及其关键器件研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2018.  
SHEN M K. Research on indoor relay and key components for wireless communication[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2018.
- [10] 王太军. 短波传播特性及盲区通信策略分析[J]. 通信与信息技术, 2019(6): 48-54.  
WANG T. Shortwave propagation characteristics and blind spot communication strategy analysis[J]. Communication & Information Technology, 2019(6): 48-54.
- [11] 郭福成, 李腾. 基于时差和频差的固定多站定位方法及分析[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(9): 1954-1958.  
GUO F, LI T. Passive localization method and its precision analysis based on TDoA and FDoA of fixed sensors[J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(9): 1954-1958.
- [12] 常新亚, 谢斌, 张晓敏, 等. 双星 TDoA/FDoA 定位系统的目标定位精度分析[J]. 航天器工程, 2013, 22(4): 35-42.  
CHANG X Y, XIE B, ZHANG X M, et al. Target location accuracy analysis of dual-satellites location system using TDoA and FDoA[J]. Spacecraft Engineering, 2013, 22(4): 35-42.
- [13] 陆安南, 缪善林, 邱焱. 基于阵列信号处理的高性能双星定位[J]. 航天电子对抗, 2015, 31(1): 18-20, 33.  
LU A N, MIAO S L, QIU Y. High performance passive localization of dual-satellite system based on array signal processing[J]. Aerospace Electronic Warfare, 2015, 31(1): 18-20, 33.
- [14] 陈俊. 2 种锚点分布对定位的特殊影响分析[J]. 中国新通信, 2018, 20(22): 166.  
CHEN J. Analysis of the special influence of the two anchor distributions on positioning[J]. China New Telecommunications, 2018, 20(22): 166.
- [15] QIN Z T, WANG J, WEI S M. A study of 3D sensor array geometry for TDoA based localization[C]//Proceedings of CIE International Conference on Radar (RADAR). Piscataway: IEEE Press, 2016: 1-5.
- [16] 王维超. 基于稀疏恢复的班组无源定位方法研究[D]. 济南: 山东大学, 2019.  
WANG W C. The research on team passive locating based on sparse recovery[D]. Jinan: Shandong University, 2019.
- [17] LUI K, SO H C. A study of two-dimensional sensor placement using time-difference-of-arrival measurements[J]. Digital Signal Processing, 2009, 19(4): 650-659.
- [18] YANG B, SCHEUING J. Cramer-Rao bound and optimum sensor array for source localization from time differences of arrival[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2005: 961-964.
- [19] YANG B, SCHEUING J. A theoretical analysis of 2D sensor arrays for TDoA based localization[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2006: 901-904.
- [20] YANG B. Different sensor placement strategies for TDoA based localization[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Piscataway: IEEE Press, 2007: 1093-1096.
- [21] 贾兴江, 周一宇, 郭福成. 三机无源定位二维布阵优化研究[J]. 现代雷达, 2010, 32(2): 7-11.  
JIA X J, ZHOU Y Y, GUO F C. Two-dimensional optimal sensors placement for passive location system using three aircrafts[J]. Modern Radar, 2010, 32(2): 7-11.
- [22] LIN T Y, HSIEH K C, HUANG H C. Applying genetic algorithms for multiradio wireless mesh network planning[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(5): 2256-2270.
- [23] TAO X, SONG W. Location-dependent task allocation for mobile crowdsensing with clustering effect[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2019, 6(1): 1029-1045.
- [24] LORENZO B, GLISIC S. Optimal routing and traffic scheduling for multihop cellular networks using genetic algorithm[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2013, 12(11): 2274-2288.
- [25] REID D J. Genetic algorithms in constrained optimization[J]. Mathematical and Computer Modelling, 1996, 23(5): 87-111.
- [26] FOY W H. Position-location solutions by Taylor-series estimation[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1976, 12(2): 187-194.
- [27] AMIRI R, BEHNIA F, NOROOZI A. An efficient estimator for TDoA-based source localization with minimum number of sensors[J]. IEEE Communications Letters, 2018, 22(12): 2499-2502.

### [作者简介]



赵越 (1994- ), 男, 山西临汾人, 博士, 西安电子科技大学讲师, 主要研究方向为无线网络定位、隐蔽通信等。

李赞 (1975- ), 女, 陕西西安人, 博士, 西安电子科技大学教授、博士生导师, 主要研究方向为电磁频谱认知与管控、通信信号处理等。

李冰 (1978- ), 男, 江苏扬州人, 博士, 31007 部队正高级工程师, 主要研究方向为信号处理、无线通信等。

郝本建 (1982- ), 男, 山东泰安人, 博士, 西安电子科技大学教授, 主要研究方向为信号识别、被动定位等。